



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖИ РЕСПУБЛИКИ КРЫМ

Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

Республики Крым

«Крымский инженерно-педагогический университет имени Февзи Якубова»

(ГБОУВО РК КИПУ имени Февзи Якубова)

**Кафедра бухгалтерского учета, анализа и аудита**

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной программы

\_\_\_\_\_  
Н.Б. Демироглу

«02» октября 2023 г.

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_  
Т.Н. Каджаметова

«02» октября 2023 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

**ЕН.02 Математика**

специальность 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям)

Симферополь – 2023 г.

Фонд оценочных средств по учебной дисциплине «ЕН.02 Математика» для обучающихся специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям).

Составитель фонда оценочных средств \_\_\_\_\_ Д.Д. Гельфанова  
(подпись)

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры математики и физики от «26» сентября 2023 г., протокол № 2

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Д.Д. Гельфанова  
(подпись)

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании УМК факультета экономики, менеджмента и информационных технологий от «30» сентября 2023 г., протокол № 1

Председатель УМК \_\_\_\_\_ К.М. Османов  
(подпись)

## 1. Паспорт фонда оценочных средств

### 1.1. Область применения фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств (ФОС) предназначен для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, осваивающих программу учебной дисциплины «ЕН.02 Математика» по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям).

### 1.2. Требования к результатам освоения учебной дисциплины

В результате освоения учебной дисциплины «ЕН.02 Математика» обучающийся должен овладеть следующими умениями и знаниями, которые формируют профессиональные и общие компетенции, предусмотренные федеральным государственным образовательным стандартом по специальности 38.02.01 Экономика и бухгалтерский учет (по отраслям), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 февраля 2018 г. № 69.

| Код и наименование компетенций   | Умения   | Знания  |
|--|--|---|
| ОК 01. Выбирать способы решения задач профессиональной деятельности применительно к различным контекстам;<br>ОК 02. Использовать современные средства поиска, анализа и интерпретации информации и информационные технологии для выполнения задач профессиональной деятельности;<br>ОК 09. Пользоваться профессиональной документацией на государственном и иностранном языках;<br>ПК 1.3. Проводить учет денежных средств, оформлять денежные и кассовые документы;<br>ПК 2.1. Формировать бухгалтерские проводки по учету источников активов организации на основе рабочего плана счетов бухгалтерского учета;<br>ПК 2.4. Отражать в бухгалтерских проводках зачет и списание недостачи ценностей (регулировать инвентаризационные разницы) по результатам инвентаризации; | - анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части; определять этапы решения задачи; выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы; составить план действия; определить необходимые ресурсы; владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах; реализовать составленный план; оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника);<br>- определять задачи для поиска информации; определять необходимые источники информации; планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию; выделять наиболее значимое в перечне информации; оценивать практическую значимость результатов поиска; оформлять результаты поиска;<br>- применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач; использовать современное программное обеспечение; | - основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте; алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях; методы работы в профессиональной и смежных сферах; структура плана для решения задач; порядок оценки результатов решения задач профессиональной деятельности;<br>- номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности; приемы структурирования информации; формат оформления результатов поиска информации;<br>- современные средства и устройства информатизации; порядок их применения и программное обеспечение в профессиональной деятельности;<br>- основные математические методы в |

|   |   |   |
|---|---|---|
| <p>ПК 3.1. Формировать бухгалтерские проводки по начислению и перечислению налогов и сборов в бюджеты различных уровней;</p> <p>ПК 3.3. Формировать бухгалтерские проводки по начислению и перечислению страховых взносов во внебюджетные фонды и налоговые органы;</p> <p>ПК 4.1. Отражать нарастающим итогом на счетах бухгалтерского учета имущество и финансовое положение организации, определять результаты хозяйственной деятельности за отчетный период</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>- понимать общий смысл четко произнесенных высказываний на известные темы; участвовать в диалогах на знакомые общие и профессиональные темы;</li> <li>- решать экономические задачи с применением матриц и систем линейных уравнений;</li> <li>- определять комплексное число в алгебраической форме;</li> <li>- решать алгебраические уравнения;</li> <li>- вычислять производную функции одной переменной, производную сложной функции;</li> <li>- исследовать функцию при помощи производной и строить график функции;</li> <li>- применять формулу Ньютона-Лейбница при вычислении определенного интеграла;</li> <li>- применять теории множеств и теории графов при решении профессиональных задач в экономике;</li> <li>- применять формулы теории вероятностей и математической статистики для решения экономических задач;</li> <li>- рассчитывать бухгалтерские показатели, применяемые в экономических расчетах</li> </ul> | <p>профессиональной деятельности;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основы теории комплексных чисел;</li> <li>- основные понятия математического анализа;</li> <li>- интегральные исчисления;</li> <li>- основные понятия и методы дискретной математики;</li> <li>- основы теории вероятностей и математической статистики</li> </ul> |
|---|---|---|

## 2. Оценка результатов освоения учебной дисциплины

Основные показатели и критерии оценки результатов освоения учебной дисциплины представлены в таблице

| Результаты освоения учебной дисциплины  | Критерии оценки (основные показатели оценки результатов)   | Текущий контроль                          | Промежуточная аттестация           |
|---|--|---|------------------------------------|
| <p>Перечень знаний, осваиваемых в рамках дисциплины:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные источники информации и ресурсы для решения задач и проблем в профессиональном и/или социальном контексте; алгоритмы выполнения работ в профессиональной и смежных областях;</li> <li>методы работы в профессиональной и смежных сферах;</li> <li>структура плана для решения задач;</li> <li>порядок оценки результатов решения</li> </ul> | <p>Обучающийся твердо знает материал курса, грамотно и по существу излагает его, не допуская существенных неточностей в ответе на вопрос</p> | <p>практические задания, устный опрос</p> | <p>итоговая контрольная работа</p> |

|  |   |   |  |
|--|---|---|--|
| <p>задач профессиональной деятельности;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- номенклатура информационных источников, применяемых в профессиональной деятельности;</li> <li>приемы структурирования информации; формат оформления результатов поиска информации;</li> <li>- современные средства и устройства информатизации; порядок их применения и программное обеспечение в профессиональной деятельности;</li> <li>- основные математические методы в профессиональной деятельности;</li> <li>- основы теории комплексных чисел;</li> <li>- основные понятия математического анализа;</li> <li>- интегральные исчисления;</li> <li>- основные понятия и методы дискретной математики;</li> <li>- основы теории вероятностей и математической статистики</li> </ul>   |   |   |  |
| <p>Перечень умений, осваиваемых в рамках дисциплины:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- анализировать задачу и/или проблему и выделять её составные части;</li> <li>определять этапы решения задачи;</li> <li>выявлять и эффективно искать информацию, необходимую для решения задачи и/или проблемы;</li> <li>составить план действия; определить необходимые ресурсы; владеть актуальными методами работы в профессиональной и смежных сферах;</li> <li>реализовать составленный план;</li> <li>оценивать результат и последствия своих действий (самостоятельно или с помощью наставника);</li> <li>- определять задачи для поиска информации; определять необходимые источники информации; планировать процесс поиска; структурировать получаемую информацию; выделять наиболее значимое в перечне информации; оценивать практическую значимость результатов поиска;</li> <li>оформлять результаты поиска;</li> <li>- применять средства информационных технологий для решения профессиональных задач; использовать современное программное</li> </ul> | <p>Обучающийся умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами и вопросами, не затрудняется с ответами при видоизменении заданий, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач, справляется с ними самостоятельно</p> | <p>практические задания, устный опрос</p> |  |

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| <p>обеспечение;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- понимать общий смысл четко произнесенных высказываний на известные темы; участвовать в диалогах на знакомые общие и профессиональные темы;</li> <li>- решать экономические задачи с применением матриц и систем линейных уравнений;</li> <li>- определять комплексное число в алгебраической форме;</li> <li>- решать алгебраические уравнения;</li> <li>- вычислять производную функции одной переменной, производную сложной функции;</li> <li>- исследовать функцию при помощи производной и строить график функции;</li> <li>- применять формулу Ньютона-Лейбница при вычислении определенного интеграла;</li> <li>- применять теории множеств и теории графов при решении профессиональных задач в экономике;</li> <li>- применять формулы теории вероятностей и математической статистики для решения экономических задач;</li> <li>- рассчитывать бухгалтерские показатели, применяемые в экономических расчетах</li> </ul> |  |  |  |
|---|--|--|--|

### 3. Типовые задания для проведения текущего контроля, критерии и шкалы оценивания

#### 3.1. Практические задания

##### 1) Задания

1. Найти матрицу  $C=A+3B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ .
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса
 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

$$1. C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 9 \\ 4 & 13 & 8 \\ 5 & 13 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2. x_1 = 4.5, x_2 = 2.5, x_3 = -2$$

$$3. x_1 = 4.5, x_2 = 2.5, x_3 = -2$$

$$4. x_1 = 4.5, x_2 = 2.5, x_3 = -2$$

**Ответы:**

$$1. \text{ Найти матрицу } C=2A-B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы

3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

$$1. C = \begin{pmatrix} 5 & 6 & -3 \\ -6 & -2 & 15 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

$$2. x_1 = 3, x_2 = 2, x_3 = -1$$

$$3. x_1 = 3, x_2 = 2, x_3 = -1$$

$$4. x_1 = 3, x_2 = 2, x_3 = -1$$

**Ответы:**

$$1. \text{ Найти матрицу } C=3A+B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы

3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

$$1. C = \begin{pmatrix} 5 & 9 & 3 \\ -4 & 7 & 25 \\ 7 & 15 & 9 \end{pmatrix}$$

$$2. x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -1$$

$$3. x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -1$$

$$4. x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = -1$$

**Ответ:**

$$1. \text{ Найти матрицу } C=A-4B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы

3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

$$1. C = \begin{pmatrix} 6 & 3 & -12 \\ -10 & -15 & 4 \\ -2 & -8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2. x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 1$$

$$3. x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 1$$

$$4. x_1 = 2, x_2 = 1, x_3 = 1$$

**Ответ:**

$$1. \text{ Найти матрицу } C=4A-B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы

3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$



$$1. C = \begin{pmatrix} 9 & 12 & -3 \\ -10 & 0 & 31 \\ 7 & 13 & 12 \end{pmatrix}$$

$$2. x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$$

$$3. x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$$

$$4. x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 0$$

**Ответ:**

$$1. \text{ Найти матрицу } C=A+2B, \text{ если } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы

3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера

4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

$$1. C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 6 \\ 2 & 9 & 10 \\ 4 & 10 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2. x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$$

$$3. x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$$

$$4. x_1 = 1, x_2 = 1, x_3 = 1$$

**Ответ:**

## 2) Задания

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{7}{x} \right)^{\frac{x}{3}}.$$

1.  $-\frac{9}{5}$

2. Не существует ( $\infty$ )

3.  $\frac{17}{12}$

4.  $e^7$

**Ответ:**

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}.$$

1.  $\frac{9}{8}$

2. Не существует ( $\infty$ )

3.  $\frac{7}{13}$

4.  $e^3$

**Ответ:**

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$$

1. 0

2. Не существует ( $\infty$ )

3.  $\frac{9}{4}$

4.  $e^3$

**Ответ:**

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}.$$

1.  $-\frac{1}{5}$

2. Не существует ( $\infty$ )

3.  $\frac{8}{19}$

4.  $e^8$

**Ответ:**

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 36}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 3}{3x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 14x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^{3x}.$$

1.  $\frac{3}{4}$

2. Не существует ( $\infty$ )

3.  $\frac{5}{14}$

4.  $e^{30}$

**Ответ:**

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 5}{2x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 19x}{\sin 3x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{14}{x}\right)^{2x}.$$

1.  $-\frac{9}{2}$

2.  $\frac{5}{12}$

3.  $\frac{19}{3}$

4.  $e^{28}$

**Ответ:**

### 3) Задания

1.  $f(x) = x^2 - 2x + 8$ .

5.  $f(x) = -x^3 + 3x - 2$ .

2.  $f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}$ .

6.  $f(x) = x^4 - 2x^2 - 3$ .

3.  $f(x) = -x^2 + 5x + 4$ .

7.  $f(x) = x^3 + 3x + 2$ .

4.  $f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}$ .

8.  $f(x) = 3x^2 - x^3$ .

1.  $f'(x) = 2x - 2$

2.  $f'(x) = -\frac{4x}{3} + 1$

3.  $f'(x) = -2x + 5$

4.  $f'(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{16}$

5.  $f'(x) = -3x^2 + 3$

6.  $f'(x) = 4x^3 - 4x$

7.  $f'(x) = 3x^2 + 3$

8.  $f'(x) = 6x - 3x^2$

**Ответ:**

**4) Задания**

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$$

$$3. \int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{1+16x^2}.$$

**Ответ:**

$$1. \int (5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x}) dx = 5 \sin x - x^3 + \ln |x| + C$$

$$2. \int (3x^7 - x^5 + x^4) dx = \frac{3x^8}{8} - \frac{x^6}{6} + \frac{x^5}{5} + C \text{ (предполагая, что } \frac{3x^8}{x} = 3x^7)$$

$$3. \int (3x^2 - 4) dx = x^3 - 4x + C$$

$$4. \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx = \tan x + \arcsin x + C$$

$$5. \int \frac{dx}{1+16x^2} = \frac{1}{4} \arctan(4x) + C$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (8x-4)^3 dx.$$

$$7. \int \frac{12x^3+5}{3x^4+5x-3} dx.$$

$$8. \int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:  
 $\int (x+5) \cos x dx.$

$$6. \frac{(8x-4)^4}{32} + C$$

$$7. \ln |3x^4 + 5x - 3| + C$$

$$8. \frac{1}{4} e^{x^6} (x^2 - \frac{1}{2}) + C$$

$$9. (x+5) \sin x + \cos x + C$$

**Ответ:**

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

$$1. \int \left( 6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$2. \int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

$$3. \int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$$

$$4. \int \left( \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$$

$$1. -6 \cos x + x^4 - \ln |x| + C$$

$$2. \frac{x^3}{3} - 3x + 2 \ln |x| + C$$

$$3. \frac{7x^4}{2} + 5x + C$$

$$4. \arctan x - \cot x + C$$

$$5. \frac{1}{3} \arcsin \left( \frac{3x}{2} \right) + C$$

**Ответ:**

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (7x+5)^4 dx.$$

$$7. \int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$$

$$8. \int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$$

$$9. \text{Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям: } \int (x-2) \sin x dx.$$

$$6. \frac{(7x+5)^5}{35} + C$$

$$7. \ln |6x^3 - 3x + 8| + C$$

$$8. \frac{1}{2} e^{x^2} (x^6 - 3x^4 + 6x^2 - 6) + C$$

$$9. -(x-2) \cos x + \sin x + C$$

**Ответ:**

### 5) Задания

$$1. \text{Вычислить определенный интеграл: } \int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx.$$

$$2. \text{Вычислить определенный интеграл методом подстановки: } \int_2^3 (2x-1)^3 dx.$$

$$3. \text{Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: } y = -x^2 + 4, \quad y = 0, \quad x = -2, \quad x = 2.$$

$$4. \text{Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: } y = \sqrt{x}, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 4.$$

$$5. \text{Скорость движения точки изменяется по закону } v = 3t^2 + 2t + 1 \text{ (м/с). Найти путь } S, \text{ пройденный точкой за 10 с от начала движения.}$$

$$1. \frac{32}{3} - 6 = \frac{14}{3}$$

$$2. \frac{(2x-1)^4}{8} \Big|_2^3 = \frac{625}{8} - \frac{81}{8} = \frac{544}{8} = 68$$

$$3. \int_{-2}^2 (-x^2 + 4) dx = \left[ 4x - \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^2 = \frac{32}{3}$$

$$4. \pi \int_1^4 x dx = \pi \left[ \frac{x^2}{2} \right]_1^4 = \frac{15\pi}{2}$$

$$5. \int_0^{10} (3t^2 + 2t + 1) dt = 1000 + 100 + 10 = 1110$$

**Ответ:**

1. Вычислить определенный интеграл:  $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$ .

2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки:  $\int_0^1 (3x+1)^4 dx$ .

3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями:  $y = -x^2 + 1$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .

4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями:  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .

5. Скорость движения точки изменяется по закону  $v = 9t^2 - 8t$  (м/с). Найти путь  $S$ , пройденный точкой за четвертую секунду.

1.  $\frac{51}{2}$

2.  $\frac{1023}{15}$  (или 68.2)

3.  $\frac{4}{3}$

4.  $\frac{\pi}{2}$

5. 125

**Ответ:**

#### б) Задания

1. В Городской думе 10 депутатов моложе 30 лет. Сколькими способами можно выбрать из них троих для работы в комитете по молодёжной политике?

2. В районе N каждые два посёлка соединены дорогой. Определите число таких дорог, если в районе 10 посёлков.

3. На экспериментальной гидрометеостанции производились замеры температуры воздуха в течение 15 дней апреля в одно и тоже время и получили следующий ряд значений: 4,1; 4,3; 5,2; 4,5; 5,8; 4,3; 5,2; 3,7; 4,1; 4,5; 4,5; 4,3; 5,2; 5,2 (в °C).

а) Составьте таблицу распределения данных и распределения частот.

б) Найдите размах, моду и среднее значение.

4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины. Определить моду, среднее значение.

|   |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | -3  | -2  | -1  | 1   | 2   | 3   |
| P | 0,2 | 0,2 | 0,2 | 0,1 | 0,2 | 0,1 |

5. Дан ряд распределения дискретной случайной величины. Определить  $x$  и вычислить математическое ожидание дискретной случайной величины  $Y$ .

|   |     |   |     |     |
|---|-----|---|-----|-----|
| Y | 1   | 2 | 3   | 4   |
| P | 0,1 | x | 0,2 | 0,4 |

Ответ:

1.  $C_{10}^3 = 120$

2.  $C_{10}^2 = 45$

3.

А)

| Температура (°C) | Частота |
|------------------|---------|
| 3,7              | 1       |
| 4,1              | 2       |
| 4,3              | 3       |
| 4,5              | 3       |

Б) Размах:  $5.8 - 3.7 = 2.1$

Мода: 5.2

Среднее: 4.7

4. Мода:  $-3, -2, -1, 2$  (многомодальное)

Среднее:  $-0.3$

5.  $x=0.3, M[Y]=2.9$

1. В группе 9 студентов хорошо владеют иностранным языком. Сколькими способами можно выбрать из них четверых для работы с иностранцами?

2. На плоскости отмечены 9 точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько прямых можно провести через эти точки?

3. На пробном экзамене по математике в форме ЕГЭ учащиеся получили следующие результаты по 100-бальной шкале: 36, 38, 45, 48, 48, 49, 52, 53, 55, 53, 48, 63, 67, 69, 67, 72, 72, 69, 53, 55, 69, 72, 70, 53, 67.

а) Постройте графики распределения данных и распределения частот.

б) Найдите размах, моду и среднее значение.

4. Дан ряд распределения дискретной случайной величины. Определить значение  $x$  и вычислить математическое ожидание дискретной случайной величины  $Y$ .

|   |     |   |     |     |
|---|-----|---|-----|-----|
| Y | 1   | 2 | 3   | 4   |
| p | 0,1 | x | 0,2 | 0,4 |

5. Дан ряд распределения дискретной случайной величины. Определить моду, среднее значение

|   |     |     |     |     |     |     |
|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Y | -3  | -2  | -1  | 1   | 2   | 3   |
| p | 0,4 | 0,2 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |



## Критерии и шкала оценивания практических заданий

| Шкалы оценивания      | Критерии оценивания  |
|-----------------------|--|
| «отлично»             | задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан высокий уровень знания изученного материала по заданной теме; проявлено умение глубоко анализировать проблему и делать обобщающие выводы; работа выполнена без ошибок и недочетов или допущено не более одного недочета  |
| «хорошо»              | задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; показан хороший уровень владения изученным материалом по заданной теме; работа выполнена полностью, но допущено в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета или не более двух недочетов   |
| «удовлетворительно»   | задание выполнено в установленный срок с частичным использованием рекомендаций преподавателя; продемонстрированы минимальные знания по основным темам изученного материала; выполнено не менее половины работы либо допущены в ней: не более двух грубых ошибок или не более одной грубой ошибки и одного недочета, или не более двух-трех негрубых ошибок, или одна негрубая ошибка и три недочета, или четыре-пять недочетов |
| «неудовлетворительно» | число ошибок и недочетов превосходит норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно», или правильно выполнено менее половины задания, или обучающийся не приступал к выполнению задания  |

## 3.2. Устный опрос

1. Что называется матрицей?
2. Что называется матрицей-строкой? матрицей-столбцом? вектором?
3. Какие матрицы называются прямоугольными? квадратными?
4. Какие матрицы называются равными?
5. Что называется главной диагональю матрицы?
6. Какая матрица называется диагональной?
7. Какая матрица называется единичной?
8. Какая матрица называется треугольной?
9. Что значит транспонировать матрицу?
10. Транспонируйте матрицу  $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$
11. Что называется суммой матриц?
12. Сложите матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & 5 & 2 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 6 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -3 \end{pmatrix}$
13. Что называется произведением матрицы на число?
14. Как найти произведение двух матриц?
15. В чем состоит обязательное условие существования произведения матриц?
16. Какими свойствами обладает произведение матриц?
17. Что называется определителем матрицы?
18. Как вычисляется определитель третьего порядка по правилу Сарруса?
19. Что называется минором?
20. Что называется алгебраическим дополнением элемента определителя?
21. Как разложить определитель по элементам строки и столбца?

22. Какие способы вычисления определителя вам известны?
23. Перечислите свойства определителей
24. Какая матрица называется невырожденной?
25. Какая матрица называется обратной по отношению к данной?
26. Каков порядок вычисления матрицы обратной данной?
27. Как записать простейшее матричное уравнение?
28. Сформулируйте теорему Крамера
29. Запишите формулы Крамера
30. Опишите метод Гаусса
31. Дайте определение мнимой единицы
32. Как вычислить степени мнимой единицы?
33. Вычислите  $i^{35}, i^{42}, i^{144}$
34. Какое число называется комплексным?
35. Какие комплексные числа называются чисто мнимыми? Приведите примеры комплексных чисел, чисто мнимых чисел
36. Какие комплексные числа называются равными?
37. Какие комплексные числа называются сопряженными?
38. Как выполняется сложение, вычитание, умножение и деление комплексных чисел в алгебраической форме?
39. Произведите действия: а)  $(2+3i)+(2i-7)$ ; б)  $(6+5i)-(2-3i)$ ?
40. Как геометрически изображаются комплексные числа?
41. Что называется модулем и аргументом комплексного числа?
42. Как записывается комплексное число в тригонометрической форме? В показательной форме?
43. Сколько значений имеет корень n-ой степени из комплексного числа?
44. Как найти все значения корня n-ой степени из комплексного числа, записанного в тригонометрической форме? В показательной форме?
45. Как решить квадратное уравнение, если его дискриминант отрицателен?
46. Какие корни и сколько корней имеет квадратное уравнение с отрицательным дискриминантом?
47. Дайте определение предела переменной величины. Перечислите свойства пределов.
48. Как прочитать запись  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ ? Дайте определение предела функции в точке.
49. Дайте определение непрерывной функции. Какими свойствами на отрезке она обладает? Определите интервалы непрерывности функции  $f(x) = \frac{1}{x+2}$
50. Дайте определение предела функции на бесконечности. Объясните основной метод раскрытия неопределенности  $\frac{\infty}{\infty}$  на примере вычисления предела  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - x^2 + 5x}{x^3 + 2x - 3}$
51. Сформулируйте и запишите первый и второй замечательные пределы
52. Что называется приращением независимой переменной и приращением функции?
53. Что характеризует скорость изменения функции относительно изменения аргумента? Дайте определение производной

54. Какая функция называется дифференцируемой в точке и на отрезке? Сформулируйте зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции
55. Из каких операций складывается общее правило нахождения производной данной функции?
56. Можно ли вычислить производную любой функции, пользуясь определением производной?
57. Назовите основные формулы и правила дифференцирования
58. Что называется дифференциалом функции, чему он равен, как обозначается и каков его геометрический смысл?
59. Чем можно оправдать, что при малых значениях  $\Delta x$  приращение функции приближенно равно её дифференциалу? Что выражает геометрически формула  $\Delta y \approx dy$ ?
60. Дайте определение возрастающей и убывающей функций. Каковы знаки приращения аргумента и функции в интервалах возрастания и убывания?
61. В чём заключается признак возрастания и убывания функции?
62. В чём заключаются необходимый и достаточный признаки существования экстремума?
63. Перечислите порядок операций для отыскания максимума и минимума функции с помощью первой производной
64. В чём различие между нахождением максимума и минимума функции и нахождением наибольшего и наименьшего значений?
65. Как ищется наибольшее и наименьшее значения функции на данном отрезке?
66. Что называется производной второго порядка и каков её механический смысл?
67. Как отыскивают экстремумы функций с помощью второй производной?
68. Почему в точке максимума вторая производная отрицательна, а в точке минимума – положительна?
69. Как определяются геометрически и по знаку второй производной выпуклость и вогнутость кривой?
70. Что называется точкой перегиба?
71. Каковы необходимый и достаточный признаки существования точки перегиба?
72. Сформулируйте правило нахождения точки перегиба
73. Какой схемой рекомендуется пользоваться при построении графика функции?
74. Как найти мгновенную скорость прямолинейного неравномерного движения?
75. Как вычислить угловой коэффициент касательной к кривой в данной точке?
76. В чём заключается механический смысл производной?
77. Какая функция называется первообразной для заданной функции?
78. Если  $F(x)$  – первообразная для  $f(x)$ , то каким равенством они связаны между собой?
79. Запишите первообразные для функций  $3$ ,  $4x^3$ ,  $\cos x$ ,  $2/x$
80. Первообразная определяется неоднозначно. Как это нужно понимать?
81. Почему при интегрировании функций появляется произвольная постоянная?
82. Почему одна функция имеет целую совокупность первообразных?
83. Как записать всю совокупность первообразных функций?
84. Что называется неопределенным интегралом?
85. Чем отличается неопределенный интеграл от первообразных функции?
86. Почему интеграл называется неопределенным?
87. Как называются все элементы равенства  $\int f(x)dx = F(x) + C$

88. Чем отличаются друг от друга подынтегральная функция и подынтегральное выражение?

89. Что означает постоянная  $C$  в определении неопределенного интеграла?

90. Чему равна производная и дифференциал неопределенного интеграла?

91. В чем заключается правило интегрирования выражения, содержащего постоянный множитель?

92. В чём заключается правило интегрирования алгебраической суммы функций?

93. Чему равен интеграл от дифференциала некоторой функции?

94. Назовите основные формулы интегрирования

95. Почему  $n \neq -1$  для интеграла  $\int x^n dx$ ? В какой формуле рассматривается этот случай?

96. Как проверить результат интегрирования?

97. Какие из следующих равенств записаны верно, а какие нет: а)  $\int x^3 dx = 3x^2 + C$ ; б)  $\frac{dx}{x} = \ln x + C$ ; в)  $\int (1+x) dx = x + \frac{x^2}{2} + C$

98. В чём состоит геометрический смысл неопределенного интеграла?

99. Что такое интегральные кривые? Как они расположены друг относительно друга? Могут ли они пересекаться?

100. Как расположены касательные к интегральным кривым в точках, имеющих одну и ту же абсциссу?

101. Как из семейства интегральных кривых выделить одну из них?

102. Как определить постоянную интегрирования по начальным данным?

103. Укажите целесообразность подстановки для нахождения следующих интегралов: а)  $\int \frac{e^{\arctg x}}{1+x^2} dx$ ; б)  $\int \frac{\sqrt[3]{1+\ln x}}{x} dx$ ; в)  $\int x^3 \sqrt[5]{1-3x^4} dx$ ;

104. Укажите, какие из следующих интегралов целесообразно интегрировать по частям: а)  $\int x \arcsin x dx$ ; б)  $\int \frac{dx}{x \ln x}$ ; в)  $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^2}}$ ; г)  $\int \frac{\arcsin x}{x^2} dx$ ; д)  $\int \cos x \ln(\sin x) dx$ .

105. Что такое определенный интеграл?

106. Что в записи  $\int_a^b f(x) dx$  означают: а) числа  $a$  и  $b$ ; б)  $x$ ; в)  $f(x) dx$ . Может ли быть  $a=b$ ;  $a>b$ ?

107. Зависит ли приращение  $F(b)-F(a)$  от выбора первообразной?

108. Сформулируйте основные свойства определенного интеграла

109. В чем заключается геометрический смысл определенного интеграла?

110. Может ли площадь криволинейной трапеции быть равна отрицательной величине, нулю и почему?

111. Приведите примеры физических и технических задач, которые можно решить с помощью определенного интеграла

112. Какой интеграл называется несобственным? Несобственным интегралом первого рода? Несобственным интегралом второго рода?

113. В чем состоит геометрический смысл несобственного интеграла?

114. Как вычисляются несобственные интегралы?

115. Когда несобственный интеграл первого (второго) рода сходится? Расходится?

116. Какое уравнение называется дифференциальным? Приведите примеры

117. Какие из следующих уравнений называются дифференциальными: а)  $yy' + 2 = 0$ ; б)  $2y^2 + 3y = 0$ ; в)  $3^y + y = 3$ ; г)  $y^2 + y'' = y$ ; д)  $\frac{dv}{dt} = 3v$ ; е)  $v^3 = 2v + v^2$
118. Какая функция называется решением дифференциального уравнения?
119. Какое решение дифференциального уравнения называется общим и какое – частным?
120. Каков геометрический смысл общего и частного решений дифференциального уравнения?
121. Может ли дифференциальное уравнение иметь конечное число решений?
122. Что такое порядок дифференциального уравнения и как его определить?
123. Определить порядок следующих дифференциальных уравнений: а)  $y'' + 2y' = 0$ ; б)  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos x}$ ; в)  $y'' + y''' = y'$ ; г)  $xyy' + x^2 - 2y^2 = 0$
124. Сколько постоянных интегрирования имеет общее решение дифференциального уравнения первого порядка? Третьего порядка?
125. Может ли функция  $y = C_1 x + C_2$ , где  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные, быть общим решением дифференциального уравнения первого порядка?
126. Как проверить правильно ли найдено решение дифференциального уравнения или нет?
127. Чем отличается дифференциальное уравнение от алгебраического уравнения?
128. Каков общий вид дифференциальных уравнений первого порядка с разделенными и с разделяющимися переменными?
129. Как решается уравнение с разделенными переменными?
130. Чем отличается уравнение с разделяющимися переменными от уравнения с разделенными переменными? Как разделяют переменные?
131. Можно ли считать, что уравнение с разделенными переменными является частным случаем уравнения с разделяющимися переменными?
132. В какой последовательности решают дифференциальное уравнение первого порядка с разделяющимися переменными?
133. В чём заключается задача Коши? Каков его геометрический смысл?
134. Каков общий вид линейных дифференциальных уравнений первого порядка? Как для них формулируется задача Коши?
135. Какие из следующих уравнений являются линейными дифференциальными уравнениями первого порядка: а)  $yy'' = x$ ; б)  $(t-1) - SS' = 0$ ; в)  $y' - \frac{y}{x} = x$ .
136. Какими величинами являются и от чего зависят коэффициенты  $p$  и  $q$  в линейном дифференциальном уравнении первого порядка?
137. С помощью какой подстановки решается линейное дифференциальное уравнение первого порядка и к какому уравнению сводится его решение?
138. Каков порядок решения задач на составление дифференциальных уравнений?

#### Критерии и шкала оценивания устных опросов

| Шкалы оценивания | Критерии оценивания   |
|------------------|---|
| «отлично»        | обучающийся полно изложил материал (ответил на вопрос), дал правильное определение основных понятий; обосновал свои суждения, |

|                       |  |
|-----------------------|--|
|                       | применил знания на практике, привел необходимые примеры не только из учебника, но и самостоятельно составленные; изложил материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка  |
| «хорошо»              | обучающийся дал ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допустил одну-две ошибки, которые сам же исправил, и одно-два недочета в последовательности и языковом оформлении излагаемого  |
| «удовлетворительно»   | обучающийся обнаружил знание и понимание основных положений рассматриваемого вопроса, но изложил материал неполно и допустил неточности в определении понятий или формулировке правил; не сумел достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; изложил материал непоследовательно и допустил ошибки в языковом оформлении излагаемого |
| «неудовлетворительно» | обучающийся обнаружил незнание большей части соответствующего вопроса, допустил ошибки в формулировке определений и правил, которые исказили их смысл, беспорядочно и неуверенно изложил материал  |

#### 4. Типовые задания для проведения промежуточной аттестации, критерии и шкалы оценивания

##### 4.1. Итоговая контрольная работа

Вопросы (перечень заданий) для проведения итоговой контрольной работы

1. Найти предел функции:  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 1}$

1. **Ответ:** Предел не существует ( $-\infty-\infty$ )

2. Найти предел функции:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x+2)(x+3)}{x^2 + 4x + 4}$

**Ответ:** 1

3. Вычислить:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{6-x}}{x^2 - 4}$

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{6}}{16}$

4. Найти предел:  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x+2}{2x^2 + 3x - 2}$

**Ответ:**  $-\frac{1}{5}$

5. Вычислить пределы: а)  $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 + x - 5)$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5}{2x - 6}$ ; в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^3 - 2x^2}{4x^3 - x^2}$ .

**Ответ:** а) 25; б) Не существует ( $\infty$ ); в) -2

6. Найти производную функции  $S = \sqrt[3]{t^2 + t + 2}$  и вычислить  $S'(2)$

**Ответ:**  $S'(t) = \frac{2t+1}{3\sqrt[3]{(t^2+t+2)^2}}$ ,  $S'(2) = \frac{5}{3\sqrt[3]{64}} = \frac{5}{12}$

7. Пусть  $f(x) = \frac{x^2}{x+5}$ . Найти  $f'(x)$ ,  $f'(0)$ ,  $f'(1)$

**Ответ:**  $f'(x) = \frac{x^2+10x}{(x+5)^2}, \quad f'(0) = 0, \quad f'(1) = \frac{11}{36}$

8. Найти производную функции:  $y = e^{2x^4 - \cos 3x}$

**Ответ:**  $y' = e^{2x^4 - \cos 3x} \cdot (8x^3 + 3 \sin 3x)$

9. Вычислить вторую производную функции  $v = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

**Ответ:**  $v'' = \frac{2}{(1-x^2)^2}$

10. Исследовать функцию на монотонность и экстремумы:

$$y = x^3 - 3x^2 - 45x + 2$$

**Ответ:** Возрастает на  $(-\infty, -3] \cup [5, \infty)$ , убывает на  $[-3, 5]$ ; максимум при  $x = -3$  ( $y = 83$ ), минимум при  $x = 5$  ( $y = -173$ )

11. Исследовать функцию и построить график:  $y = 2x^3 - 3x^2 - 4$

**Ответ:** График кубической параболы с максимумом в  $x = 0$  ( $y = -4$ ) и минимумом в  $x = 1$  ( $y = -5$ )

12. Необходимо построить забор периметром 160 метров вокруг дома, так, чтобы площадь была наибольшей

**Ответ:** Прямоугольник  $40 \times 40$  м, площадь  $1600 \text{ м}^2$

13. Заряд, протекающий через проводник, меняется по закону  $q = \sin(2t - 10)$ . Найти силу тока в момент времени  $t = 5 \text{ сек}$

**Ответ:**  $I(5) = 2 \cos(0) = 2$  А

14. Прибыль фирмы задана зависимостью:  $F(q) = 5q^2 - 5q + 12$ . Найти оптимальный объём производства  $N$  фирмы

**Ответ:** Оптимальный объём:  $N = 0.5$  (при максимизации прибыли, если  $F(q)$  — прибыль, то  $F'(q) = 0$ :  $10q - 5 = 0 \rightarrow q = 0.5$ )

15. Составить уравнение касательной и нормали к кривой  $y = 4 + x^2$  в точке  $x = 2$

$$y = 4x$$

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{17}{2}$$

**Ответ:**

16. Зависимость между издержками производства  $y$  (ден. ед.) и объёмом выпускаемой продукции  $x$  (ед.) выражается функцией  $y = 10x - 0.04x^2$ . Определить средние и предельные издержки при объёме продукции, равном 5 ед.

**Ответ:** Средние издержки:  $10 - 0.04x = 9$

Предельные издержки:  $y' = 10 - 0.12x = 7$

17. Найти значение неопределённого интеграла:  $\int \frac{x^3 + 3x^2 + 4x}{x^2} dx$

$$\frac{31}{6}$$

**Ответ:**

18. Вычислить:  $\int_0^1 \frac{x^3}{(x+1)^4} dx$ .

**Ответ:**  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \ln 2$

19. Вычислить:  $\int_0^3 x\sqrt{9-x^2} dx$

**Ответ:** 9

20. Вычислить:  $\int_0^\pi \sin x \cos^2 x dx$

**Ответ:**  $\frac{2}{3}$

21. Найти значение определенных интегралов: а).  $\int_{-2}^3 (4x^3 - 3x^2 + 2x + 1)dx$ ; б)  $\int_{-1}^0 (x^3 + 2x)dx$

а)  $\int (4x^3 - 3x^2 + 2x + 1)dx = x^4 - x^3 + x^2 + x + C$

б)  $\int_{-1}^0 (x^3 + 2x)dx = \left[ \frac{x^4}{4} + x^2 \right]_{-1}^0 = 0 - \left( \frac{1}{4} + 1 \right) = -\frac{5}{4}$

**Ответ:**

22. Вычислить несобственные интегралы (или установить их расходимость):

а)  $\int_1^\infty \frac{dx}{x^3}$ ; б)  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ ; в)  $\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}$ .

**Ответ:** а)  $\frac{1}{2}$ ; б) расходится; в) расходится

23. Найдите площадь криволинейной трапеции, ограниченной линиями  $y = x^2$ ,  $x = 1$ ,  $x = 3$ ,  $y = 0$

$\frac{26}{3}$

**Ответ:**

24. Найти объём тела, полученного при вращении вокруг оси ординат фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = 0$

$\frac{8\pi}{3}$

**Ответ:**

25. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями:  $2x - 3y + 2 = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = 5$

$\frac{23}{3}$

**Ответ:**

26. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, соответствующей функции  $y = \sqrt{3}x$ , ограниченной линиями  $x = 0$ ,  $x = 3$ ,  $y = 0$ .

**Ответ:**  $27\pi$

27. Найти объём произведённой за 4 года продукции, если функция Кобба-Дугласа имеет вид:  $g(x) = (1+t)e^{3t}$

$\frac{1}{3}e^{12} + \frac{1}{9}e^{12} - \frac{4}{9} \approx \frac{4}{9}e^{12} - \frac{4}{9}$

**Ответ:**

28. Производительность труда в течение дня задаётся функцией  $z(t) = -0,00625t^2 + 0,05t + 0,5$  (ден. ед. /ч.), где  $t$  – время в часах от начала работы,  $0 \leq t \leq 8$ . Найти функцию  $u = u(t)$ , выражающую объём продукции (в стоимостном выражении) и его величину за рабочий день

**Ответ:**  $u(t) = 0.002083t^3 + 0.025t^2 + 0.5tu(t) = 0.002083t^3 + 0.025t^2 + 0.5t$

За день ( $t=8$ ):  $u(8) \approx 11.73$  ден. ед.

29. Возвести в степень комплексные числа:  $i^{10}$ ,  $i^{33}$ ,  $(-i)^{21}$



**Ответ:**  $i^0=1, i^3=-i, (i)^2=-1$

30. Построить на комплексной плоскости числа:

$$z_1 = 0, z_2 = -3, z_3 = 2, z_4 = i, z_5 = -\sqrt{3}i, z_6 = 4i, z_7 = 2 + 3i, z_8 = -4 + i, z_9 = -3 - 3i, z_{10} = \sqrt{2} - i.$$

**Ответ:** Точки на плоскости:  $z_1(0,0), z_2(-3,0), z_3(2,0), z_4(0,1), z_5(-\sqrt{3},0), z_6(0,4), z_7(2,3), z_8(-4,1), z_9(-3,-3), z_{10}(\sqrt{2},-1)$

31. Для комплексных чисел  $z_1 = 1 + 3i$  и  $z_2 = 4 - 5i$  выполнить действия:  $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \cdot z_2, \frac{z_1}{z_2}$

$$z_1 + z_2 = 5 - 2i$$

$$z_1 - z_2 = -3 + 8i$$

$$z_1 \cdot z_2 = 19 + 7i$$

$$z_1 / z_2 = -\frac{11}{41} + \frac{17}{41}i$$

**Ответ:**

32. Даны комплексные числа  $z_1 = 5 - 12i, z_2 = -6 + 8i$

Найти  $z_1 + z_2, z_1 - z_2, z_1 \cdot z_2, z_1 / z_2$ .

$$z_1 + z_2 = -1 - 4i$$

$$z_1 - z_2 = 11 - 20i$$

$$z_1 \cdot z_2 = 126 - 128i$$

$$z_1 / z_2 = -\frac{63}{50} + \frac{2}{25}i$$

**Ответ:**

33. Записать число  $z = 1 + \sqrt{3}i$  в тригонометрической форме и вычислить  $z^9$

$$\text{Тригонометрическая: } z = 2 \left( \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

**Ответ:**  $z^0 = 1$

34. Найти корни уравнения  $z^2 = 1 + \sqrt{3}i$

$$\text{Корни: } z_{1,2} = \pm \left( \sqrt[4]{2} \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) \right) = \pm \left( \sqrt[4]{2} \left( \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right) \right)$$

**Ответ:**

35. Перевести число  $z = \sqrt{3} - i$  из алгебраической формы в показательную форму

$$z_1 = \sqrt{2}e^{-i\pi/4}, z_2 = 2e^{-5i\pi/6}$$

$$z_1 \cdot z_2 = 2\sqrt{2}e^{-13i\pi/12} = 2\sqrt{2}e^{11i\pi/12}$$

$$z_1 / z_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{7i\pi/12}$$

**Ответ:**

36. Комплексные числа  $z_1 = 1 - i, z_2 = -\sqrt{3} - i$  представить в тригонометрической форме и найти  $z_1 \cdot z_2$  и  $z_1 / z_2$

$$z = 2^{50} e^{i(25\pi - 80 \cdot (-\pi/6))} = 2^{50} e^{i(145\pi/3)} = 2^{50} e^{i\pi/3} = 2^{50} \left( \frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

**Ответ:**

37. Найти:  $z = \frac{(1+i)^{100}}{(\sqrt{3}-i)^{50}}$

$$z = -\frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$$

**Ответ:**

38. Даны матрицы:  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \\ 4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & -5 \end{pmatrix}$ . Вычислить:  $A + B$ ,  $2A - B$ ,  $A \cdot B$ .

$$A + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 \\ 3 & -3 & 3 \\ 8 & 4 & -2 \end{pmatrix}$$

$$2A - B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 0 & 3 & 3 \\ 4 & 11 & 11 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -7 & 8 & 14 \\ 9 & -2 & -9 \\ 26 & -10 & -4 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**

39. Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

**Ответ:**  $\det = -20$

40. Вычислить определители:

$$a) \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 4 \end{vmatrix} \quad b) \begin{vmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{vmatrix} \quad c) \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ -2 & -\frac{6}{7} \end{vmatrix} \quad d) \begin{vmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 8 & 0 & 3 \end{vmatrix} \quad e) \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}$$

a) 23

b) 0

c)  $-\frac{27}{14}$

d) -393

e)  $3abc - a^3 - b^3 - c^3$

**Ответ:**

41. Найти матрицу, обратную к данной:  $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & 1 & -\frac{2}{3} \\ 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**

42. Определить, имеет ли матрица C обратную, и если имеет, то вычислить её:

$$C = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 6 & -8 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**

43. Вычислить  $C^T$ , если  $C = (2E + D) - A \cdot B$

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 6 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}; \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 5 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \\ 7 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

$$C^T = \begin{pmatrix} -15 & -2 & -26 \\ 4 & -6 & 10 \\ -11 & -7 & -14 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**

44. Найти ранг матриц: а)  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 4 & -1 & 5 \\ 2 & -6 & -1 \end{pmatrix}$ ; б)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \end{pmatrix}$

**Ответ:** а: ранг = 2; б: ранг = 2

45. Решить систему уравнений по формулам Крамера: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 8, \\ -2x_1 + 3x_2 - 3x_3 = -5, \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 10. \end{cases}$$

**Ответ:**  $x_1=2, x_2=1, x_3=4$

46. Решить систему уравнений методом обратной матрицы: 
$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 0, \\ 3x_2 + 4x_3 = -6, \\ 3x_1 + x_3 = 1. \end{cases}$$

**Ответ:**  $x_1=0, x_2=-2, x_3=1$

47. Решить систему уравнений методом Гаусса: 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 0. \end{cases}$$

**Ответ:**  $x_1=1, x_2=1, x_3=1$

48. Решить матричное уравнение:  $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 \\ 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

$$X = \begin{pmatrix} -7 & -1 & -5 \\ 15 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**

49. Решить уравнение:  $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 6 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -14 & -8 \end{pmatrix}$$

**Ответ:**

50. Решить уравнение:  $\begin{vmatrix} x & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} x & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 + \begin{vmatrix} x & x \\ 3 & 4 \end{vmatrix}$

**Ответ:**  $x=4$

51. Предприятие производит 4 типа продукции и реализует ее в 3-х регионах. Объемы выпуска продукции по типам заданы матрицей А. Цена реализации единицы каждого типа продукции в соответствующих регионах задана матрицей В. Определить, какой из регионов наиболее выгоден для реализации товара, если:

$$A = (10 \quad 20 \quad 30 \quad 40); B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 4 & 5 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Ответ:**  $A \cdot B = (360 \quad 310 \quad 440)$

Наиболее выгоден третий регион (440 ден. ед.).

52. Обувная фабрика специализируется по выпуску изделий трёх видов: сапог, кроссовок и ботинок; при этом используется сырьё трёх типов:  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ . Нормы расхода каждого из них на одну пару обуви и объём расхода сырья на 1 день заданы таблицей:

| Вид сырья | Нормы расхода сырья на одну пару, усл. ед. |           |         | Расход сырья на 1 день, усл. ед. |
|-----------|--|-----------|---------|----------------------------------|
|           | Сапоги                                     | Кроссовки | Ботинки |                                  |
| $S_1$     | 5  | 3         | 4       | 2700                             |
| $S_2$     | 2  | 1         | 1       | 800                              |
| $S_3$     | 3  | 2         | 2       | 1600                             |

Найти ежедневный объём выпуска каждого вида обуви.

**Ответ:**  $x_1 \times 1 = 200$ ,  $x_2 \times 2 = 300$ ,  $x_3 \times 3 = 200$

53. Изготовление двух видов изделий А и Б включает выполнение четырех операций. Трудоемкость обработки каждого изделия на этих операциях, фонды времени и прибыль на единицу изделия приведены в таблице

| Номер операции                      | Трудоемкость обработки изделия, нормо-ч |   | Фонд времени, ч |
|-------------------------------------|---|---|-----------------|
|                                     | А                                       | Б |                 |
| 1                                   | 2                                       | 6 | 32              |
| 2                                   | -                                       | 2 | 8               |
| 3                                   | 4                                       | 2 | 34              |
| 4                                   | 3                                       | - | 24              |
| Прибыль на единицу изделия, усл.ед. | 3                                       | 2 |                 |

Определить, сколько изделий каждого вида необходимо выпустить для получения максимальной прибыли.

1. Сформулировать математическую модель задачи линейного программирования
2. Решить задачу линейного программирования графическим способом (для двух переменных)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 16, \\ x_2 \leq 4, \\ 2x_1 + x_2 \leq 17, \\ x_1 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

Ответ:

Оптимальная точка:  $x_1=8, x_2=1$ .

54. Найти уравнение линии проходящей через точку (2;0) и имеющую касательную, угловой коэффициент которой равен  $x^2$

$$y = \frac{x^3}{3} - \frac{8}{3}.$$

Ответ:

55. Найти общее решение дифференциального уравнения  $y' + y \tan x = \cos^2 x$

$$y = \frac{\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C}{x}.$$

Ответ:

56. Решите задачу Коши для дифференциального уравнения:  $y \tan x dx + dy = 0$ ,  $y = 4$  при  $x = \frac{\pi}{3}$

Ответ:  $y dx + dy = 0, y(\pi/3) = 4$ :

$$y = 4e^{\pi/3 - x}, y = 4e^{\pi/3 - x}.$$

57. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых:  $y^2 = 2Cx$

$$y' = \frac{y}{x}$$

Ответ:

58. Решить дифференциальное уравнение с разделяющимися переменными:  $2x^2 y y' + y^2 = 2$

$$y^2 = \frac{4x}{x^2 + C}$$

Ответ:

59. Решить уравнение, используя замену переменной:

$$(2x - y)dx + (4x - 2y + 3)dy = 0$$

Ответ:  $\ln |4x - 2y + 3| + \frac{4x - 2y + 3}{2} = -x + C.$

60. Исследовать на однородность функцию  $h(x, y) = x^2 - y^2 - 2x$

Ответ: Функция  $h(x, y)$  неоднородна (сумма однородных слагаемых разных степеней).

61. Решить однородное дифференциальное уравнение:  $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$

Ответ:  $x^2 - y^2 = Cx.$

62. В резервуаре с температурой  $20^\circ\text{C}$  тело остыло за 20 мин от  $100$  до  $60^\circ\text{C}$ . Найти закон охлаждения тела. Через сколько минут оно остынет до  $30^\circ\text{C}$ . Повышением температуры резервуара пренебречь

**Ответ:**

Закон охлаждения:

$T(t) = 20 + 80e^{-kt}$ , где  $k \approx 0,03466$  (при  $T(20) = 60$ ).

Время остывания до  $30^\circ\text{C}$ :  $\approx 60 \approx 60$  мин.

63. Найти выражение объема реализованной продукции  $y=y(t)$  и его значение при  $t=2$ , если известно, что кривая спроса имеет вид  $p(y)=3-2y$ , норма акселерации  $1/l=1,5$ , норма инвестиций  $m=0,6$ ,  $y(0)=1$

**Ответ:**  $y(t) = \frac{3}{2}(1 - e^{-0.9t})$ ,  $y(2) \approx 1,17$ .

64. Найти частные производные функции:  $z = \frac{\sqrt{xy}}{x^2+y^2}$

$$z_x = \frac{y(x^2+y^2)^{-1/2} - 4x\sqrt{xy}}{2(x^2+y^2)^2} = \frac{2x\sqrt{xy}}{(x^2+y^2)^2}$$

$$z_y = \frac{x(x^2+y^2)^{-1/2} - 4y\sqrt{xy}}{2(x^2+y^2)^2} = \frac{2y\sqrt{xy}}{(x^2+y^2)^2}$$

**Ответ:**

65. Записать полный дифференциал функции:  $z = \arctg(x-y) + \sin 4x$

**Ответ:**  $dz = \left[ q \operatorname{ctg}(x-y) - \frac{qx}{\sin^2(x-y)} + 4 \cos 4x \right] dx + \left[ \frac{qx}{\sin^2(x-y)} \right] dy$

66. Исследовать на экстремум функцию:  $z = x^4 + xy + 12y^2 + 5$

**Ответ:**

Критические точки:

$4x^3 + y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$   $\Rightarrow$   $x = 0$ ,  $y = 0$ .

В точке  $(0,0)$ :  $z_{xx} = 0$ ,  $z_{xy} = 1$ ,  $z_{yy} = 0$ ,  $\Delta = -1 < 0$   $\Rightarrow$  седловая точка.

Экстремума нет.

#### Критерии и шкала оценивания итоговой контрольной работы

| Шкалы оценивания    | Критерии оценивания   |
|---------------------|---|
| «отлично»           | обучающийся проявил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного программного материала, самостоятельно выполнил все предусмотренные программой задания, глубоко усвоил литературу, рекомендованную программой; разобрался в основных концепциях по изучаемой учебной дисциплине, проявил творческие способности в понимании и изложении учебного программного материала. Ответ студента отличается богатством и точностью использованных терминов, материал излагается последовательно и логично |
| «хорошо»            | обучающийся проявил достаточно полное знание учебно-программного материала; не допустил в ответе существенных неточностей, самостоятельно выполнил все предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой, показал систематический характер знаний по учебной дисциплине, достаточный для дальнейшей учёбы, а также способность к их самостоятельному пополнению  |
| «удовлетворительно» | обучающийся показал знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, самостоятельно выполнил основные предусмотренные программой задания, однако допустил погрешности, наиболее существенные из которых устранил под руководством преподавателя. В ответе в рамках проведения   |

|                       |   |
|-----------------------|---|
|                       | промежуточной аттестации также допустил погрешности, наиболее существенные из которых устранил под руководством преподавателя   |
| «неудовлетворительно» | у обучающегося обнаружены пробелы в знаниях или отсутствие знаний по значительной части основного учебно-программного материала. Студент не выполнил самостоятельно предусмотренные программой основные задания или допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, допустил существенные ошибки при ответе |